Сабанеев Л. Л. Этюды Шопена в освещении закона золотого сечения.
Опыт позитивного обоснования законов формы
// Искусство. — 1925. — № 2. — С. 132—145; 1927. — № 2-3. — С. 32-56

ЭТЮДЫ ШОПЕНА В ОСВЕЩЕНИИ ЗАКОНА ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ

Опыт позитивного обоснования законов формы

Та роль, которую играет т. н. «золотое сечение» или, иными словами,—деление длин и пространств «в среднем и крайнем отношении» в вопросах эстетики пространственных искусств (живописи, скульптуре, архитектуре) и даже во внеэстетических феноменах конструкции организмов в природе—уже давно отмечена, хотя нельзя сказать, чтобы она была выяснена. Вопрос этот в приложении к пространственным искусствам имеет свою богатую литературу, большей частью фактического содержания. В приложении к пространственным искусствам роль золотого сечения заключается в общем в том, что при делении длин и плоскостей, иногда быть может и объемов, часто и всяких одновременно созерцаемых отношений длин, некоторыми эстетическими вехами (пунктами, плоскостями, красочными пятнами, скульптурными гранями, архитектурными плоскостями) впечатление наибольшей стройности получается, именно, если эти деления удовлетворяют закону средних и крайних отношений, т.-е. большая часть относится к меньшей, как целое к большей.

Таким образом мы получаем тут известную связь между парциальными восприятиями пространств и длин и между внутренним чувством стройности, о существе которого, впрочем, нам пока очень мало известно. Органических зависимостей в этой области тут пока не отыскано, но на их существование наводит самая мысль о распространении «закона золотого сечения» не только в художественных произведениях, организующих пространственные восприятия, но и в организмах природы.

Что касается до искусств «непространственных» или временных, как поэзия, музыка,—то в этой области мы замечаем гораздо более позднее пробуждение интереса к этому явлению и гораздо более позднее констатирование его. В этой области явление золотого сечения сказывается аналогично, т.-е. временное протяжение произведения делится некоторыми вехами, обращающими на себя внимание воспринимающего—на отдельные части, длины которых находятся в том же соотношении «среднего и крайнего». Вехами этими, обращающими внимание и облегчающими созерцание формы целого—могут быть или грани формальной структуры (возвращение аналогов, конструктивные грани в виде начал и концов фраз в музыке и в поэзии), динамические и интонационные кульминационные пункты, как положительные (максимальное усиление или повышение, так и отрицательные—замирание, понижение) в музыке могут быть таковыми и ладовые события—как утверждение новой тональности, или начало модуляционного сдвига. Все такие события инстинктом автора приурочиваются к таким пунктам длины целого, что они собою делят временные протяжения на отдельные части, находящиеся в отношениях «золотого деления». Как показывают наблюдения, приурочение подобных эстетических «вех» к пунктам делений общего или частичного протяжения в «золотом» отношении—выполняется нередко с огромной точностью, что тем более удивительно, что при отсутствии у поэтов и у авторов музыки всякого знания о подобных вещах, это все является исключительно следствием внутреннего чувства стройности, которое именно, как и в случае пространственных художественных восприятий, в этих случаях сильнейшим образом возрастает. В России по этому поводу существует пока одна работа Э. К. Розенова, к сожалению полностью не напечатанная *), в которой он устанавливает фреквенцию этого факта, удостоверяя, что в области музыки и поэзии появление кульминаций динамических и смысловых (в поэзии) на точках, математически определяемых как точки золотого сечения—является скорее нормальным явлением. чем любопытным «исключением». К сожалению работа Э. Розенова более только коснулась этого вопроса, но не исследовала его подробно и, что самое важное, не изучила точным числовым методом, который в данном случае является единственно способным научно убеждать.

Настоящая моя работа явилась именно результатом желания дать более точные и проверенные измеренные

*) Э. К. Розенов. «Золотое сечение в музыке и в поэзии».

факты этой художественной действительности, которые бы дали возможность удостовериться в распространенности этого явления, углубить его, исследовать, доказать его нормативность и закономерность и в результате попытаться дать некоторую рабочую гипотезу для его объяснения.

Вообще, когда дело касается нормативности в сфере искусства, то это понятие надо применять с большой осторожностью. Таких «прочных» законов, которые царят в мире неорганической и органической природы—мы тут быть может и не найдем, ибо «творческая воля» художника всегда в состоянии активно отвергать тот или иной из осознаных законов—и обычно творческая фантазия с большой охотой и направляется по пути такого отрицания нормы. Но нормативность во всяком случае должна и может сохраняться в тех уголках творческого процесса, в которых творчество протекает совершенно бессознательно, в которых автор не может, просто по отсутствию наличия у него сознания в этой сфере, что бы то ни было сознательно нарушать. К числу подобных сфер, несомненно, относится и вся область, связанная с чувством стройности восприятия, стало быть с вопросом впечатляемости формы,—т.-е. как раз например та область, о которой мы говорили. Как только сознательность погашена у творящего, органические законы начинают немедленно свое действие и мы тут вправе ожидать нормативностей столь же категорических и императивных, как и в сфере законов природы. Другое соображение заставляет нас полагать, что и в этом случае мы имеем частный вид проявления некоторой единой весьма общей нормативности, которая, однако, уже органически свойственна всякому художественному творчеству—я разумею ритмическую организацию художественного целого (ритмическую—в том специфическом смысле слова, который мною в моих работах *) придается слову «ритм»—как воплощению или методу воплощения принципа наименьшего утомления и наибольшего воздействия)—из под знака которой никакое настоящее произведение искусства никогда не может вырваться. Мы, как художники, вправе нарушать какие угодно частные «парциальные» закономерности, наблюденные опытом творчества в искусстве и ставшие тем самым временными нормами, но всякое нарушение в одном месте сопровождается

*) См. Сабанеев. «Ритм». (Мелос, 1917.), «Музыка речи». 1922.

соответственными нарушениями и в остальных частях целого. Художественное произведение находится как бы в состоянии «подвижного равновесия», изменение в одном месте влечет новое состояние равновесия, сопровождающееся изменениями в других местах, причем часто ничтожного изменения в одном месте достаточно, чтобы вызвать огромные смещения элементов в других местах. Самое равновесие же обусловлено именно присутствием единого формирующего ритмического принципа, который формулируется, как наибольшее впечатление с наивысшей экономией средств. Художник, сознательно нарушая какую-нибудь заранее формулированную закономерность, необходимо принужден, часто, сам того не сознавая, сбалансировать это нарушение известными изменениями в иных местах своего художественного целого, иначе он не осуществит ритмический принцип и не создаст прекрасного. Таким образом в искусстве существует нормативность, во первых интегральная, выражающаяся в ритмическом общем принципе, во вторых бессознательная, распространенная во всех областях творчества, куда сознательность и анализ художника еще не проникали и где потому он не в состоянии активно отрицать. Наконец мы можем с полным правом говорить о исторической нормативности, как о констатировании ряда наблюденных фактов в уже свершившихся явлениях и эпохах искусства—но конечно без всякого желания эти исторически наблюденные закономерности распространить на последующие эпохи явления в качестве «норм». В порядке «научного приближения»—методе столь распространенном в естественных науках—мы тоже вправе созидать формулировки законов в области искусства, аппелируя к некоторому идеальному, быть может в реальности никогда не встречающемуся случаю, «простейшему»—который однако чрезвычайно помогает уяснить сущность явления. Таковы все физические законы. Констатирование такой нормативности может быть произведено посредством непосредственного наблюдения и изучения фреквенции явления, для чего необходимо подвергнуть объективному рассмотрению в этом отношении возможно большее количество объектов.

В настоящей работе моей целью было одновременно несколько пунктов. Во-первых, я имел в виду обосновать существование самого явления золотого сечения в музыкальных произведениях, как чего то нормативного, не случайного, быть может даже интуитивно постулируемого

в качестве некоторой нормы творчества, нормы эстетической конструкции целого и частей. Во-вторых, я имел в виду дать некоторую теорию этого явления, выразив его как некоторый частный случай общего закона ритмического равновесия. В третьих, те отступления от закона, которые наблюдаются, дали мне повод изучить причины этих отступлений и указать, что вероятно то, что здесь мы на самом деле не имеем отступлений, а причины кажущихся отступлений могут быть представлены так, что они подтверждают, а не опровергают закон и позволяют даже вывести из их появления ряд чрезвычайно ценных эстетических постулатов, иногда чисто практического свойства.

Метод, которым я шел в осуществлении первой части задачи, т.-е. в деле доказательства нормативности явления золотого сечения—был таков. Я прежде всего обратился к простому методу подсчитывания аналогичных явлений в ряде произвольно выбранных музыкальных произведений. Несомненно, что констатирование высокой фреквенции подобного явления при этих обстоятельствах не могло быть уже явлением случайности, а указывало на какую то органическую обоснованность самого явления. Самая методика может быть при этом прямая или обратная. Прямой метод заключается в том, что сначала произведение, отнесенное к своим метрическим временным координатам (об этом см. далее) рассекается на предварительно вычисленные математические части, удовлетворяющие отношениям «золотого сечения». И потом уже наблюдается, нет ли в смежности с этими пунктами, предварительно вычисленными, или в самих пунктах каких либо эстетических событий, могущих служить вехами при восприятии (нет ли напр. тут динамических центров, или интонационных центров, или конструктивных граней). Как увидим дальше оказывалось почти всегда, что именно такие явления, такие «вехи» находились всегда и именно в смежности с предвычисленными пунктами, и долго их даже и искать не приходилось. Обратный метод состоит в том, что сначала намечаются из непосредственного анализа произведения те вехи или эстетические события, которые в нем обращают на себя внимание, и уже потом вычислением поверялось, не лежат ли они близко к местам золотого сечения. С точки зрения научной объективности, первый метод «беспристрастнее», но иногда его полезно поверять и обратным методом.

Мною были исследованы таким образом около 2000 сочинений—больших и малых. Грубый подсчет временных дистан-

ций производился часто, особенно в больших произведениях, где подсчет по «метрическим координатам» в виду изменчивости темпа не мог быть произведен—прямым «хронометрическим методом», определялась общая длина произведения при исполнении, вычислялись «золотые расстояния» и затем наблюдалось, что происходит в этих предопределенных пунктах. или около них. В других случаях, в случаях более мелких произведений, я предпочитал подсчет по метрическим координатам, как и более объективный и дающий некоторые новые возможности, о которых речь будет впереди. Что бы уяснить методику наших опытов, я должен сказать, что мне пришлось ввести понятие основных золотых сечений и вторичных, третичных, вообще сечений высших порядков. Если, например, мы имеем временный или пространственный «отрезок» или длину который обозначим AB, и пусть точка C между A и B есть точка золотого сечения, т.-е. точка удовлетворяющая условию

$$\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{CB},$$

то во-первых, оказывается, как это легко видеть, что определяемая этим путем точка имеет двойное решение, что таких точек две. Именно эти две точки будут являться «золотыми сечениями первого порядка». Но отрезки, образованные точкой C сами в свою очередь могут делиться на части по закону золотого сечения—таким путем мы получаем золотые сечения высших порядков. Я говорю сейчас об этом только предварительно, чтобы сказать, что по произведенным наблюдениям обычно констатируется не одно золотое сечение, сопряженное с происходящими около него «эстетическими событиями», но целая серия таких сечений, каждое из которых тоже связано с определенным событием. Эти события редко бывают однородны по своему смыслу, обычно одни золотые сечения отмечаются одними фактами (напр. динамическим центром), а другие—иными (напр. интонационным). В произведенных мною интегральных подсчетах расмотренных произведений получены были следующие результаты.

Я группирую их по авторам. (См. табл. стр. 138).

При изучении этих вещей не было делаемо никакого «предварительного» выбора, произведения брались какие попало, обычно в порядке их издания. Высокий процент фреквенции указывает, что тут дело не может обойтись и объясниться простой «случайностью». При этом мы считали совпадающими или удовлетворяющими требованию золотого сечения те эс-

Автор	Количество рассмотренных сочинений	Количество наблюденных зол. сечений	Количество произведений, в которых вообще замечено хотя бы одно зол. сечение	В %
Ан. Александров . .	10	5	4	40
Аренский	20	19	19	95
Балакирев	10	11	7	70
Бах	100	206	89	89
Бетховен	120	194	111	97
Бородин	10	9	9	90
Брамс	60	67	51	84
Вагнер	40	62	34	85
Гайдн	100	140	97	97
Гендель	50	46	40	80
Глазунов	30	24	18	60
Глинка	20	16	10	50
Григ	60	76	52	85
Дебюсси	40	67	34	85
Крейн	20	8	8	40
Лист	100	110	87	87
Лядов	20	16	15	75
Мендельсон	100	174	79	79
Метнер	30	28	24	60
Мейербер	10	6	6	60
Моцарт	100	146	91	91
Мусоргский	20	17	14	70
Мясковский . . .	20	2	2	10
Палестрина	20	8	8	40
Прокофьев	20	32	15	75
Равель	20	15	11	55
Рахманинов	40	14	14	35
Римский-Корсаков .	40	26	20	50
Рославец	20	7	5	25
Россини	20	11	11	55
Рубинштейн	40	16	16	40
Сабанеев	30	67	21	70
Скрябин	50	76	45	90
Стравинский . . .	10	8	7	70
Танеев	20	12	8	40
Тартини	20	19	19	95
Фейнберг	20	21	10	50
Чайковский	100	152	75	75
Шопен	100	410	92	92
Шуман	100	121	68	68
Шуберт	100	206	91	91
Штраус Р.	10	5	5	50
Итого	1770	3275	1338	75%

тетические события, которые попадали на моменты, не отступающие от предвычисленных более чем на 0.02 измеряемой величины. Неудовлетворенные этим, мы решили проверить все это более детально и организованно, предприняв поавторское систематическое изучение, с тем, чтобы более или менее исследовать весь материал музыки до 20 века. Первой частью этой работы явилось предлагаемое исследование 27 этюдов Шопена. Я решил в первую очередь остановиться на Шопене и его этюдах, потому что у меня было вполне определенное предположение о связи золотого сечения с восприятием стройности. Следовательно, как показывает и вышеприведенная таблица фреквенции, мы вправе предполагать более частую фреквенцию золотого сечения у авторов и в сочинениях, которые мы воспринимаем, как особо стройные—и таковыми несомненно является и Шопен и в частности его этюды. Эти этюды мы исследовали вполне подробно, пользуясь главным образом прямым методом, т.-е. сначала намечая по метрическим координатам точки «теоретических» золотых сечений, а потом наблюдая, что же на самом деле тут происходит. Ранее, чем привести результаты исследования, мы должны несколько слов посвятить некоторым общим вопросам и методологии исследования.

Некоторые математические предварительные данные.

Мы должны предпослать нашему исследованию небольшое вступление, касающееся математической сущности «золотого сечения». Как известно, это есть деление отрезка (пространственного или временного) на две такие части, чтобы большая относилась к меньшей, как целое к большей.

Если мы имеем отрезок AB, то стало быть по требованию «золотого сечения» ищется на этом отрезке такая точка C, чтобы

$$\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{BC}.$$

Если общая длина отрезка есть a, а искомую часть его обозначим x, то, очевидно, получим соотношение:

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{a-x}$$

откуда мы имеем уравнение для определения самого отрезка x

$$x^2+ax-a^2=0, \qquad (1)$$

и это квадратное уравнение имеет два решения, выражающиеся формулой

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4a^2}}{2} = \frac{a(1 \pm \sqrt{5})}{2}$$

Стало быть имеются две таких точки, причем одна из них расположена ближе к А другая ближе к В. Эти точки суть золотые сечения первого порядка.

Если полученные таким образом отрезки АС и ВС мы в свою очередь будем делить по тому же принципу, то мы получим золотые сечения высших порядков. Все получаемые таким образом отрезки образуют геометрическую прогрессию. Если мы обозначим отношение между отрезком x и основным отрезком a через h, то все остальные отрезки как нетрудно показать выразятся положительными или отрицательными степенями этого $h, = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Самая величина этого h и его степеней легко вычисляется из уравнения (1). Она равна (с точностью до 0.001)

$$h = 0.618$$

Все степени его получаются простым вычитанием из предыдущей степени, следуя основновному соотношению, получаемому из уравнения (1)

$$h^2 + h - 1 = 0 \qquad (2)$$

откуда

$$h^2 = 1 - h;\ h^3 = h - h^2;\ h^4 = h^2 - h^3 \text{ и т. д.,}$$

и следовательно каждая степень приводится к разности двух предыдущих.

Вот величины этих степеней

$h = 0.618.\ h^2 = 0.381.\ h^3 = 0.236.\ h^4 = 0.146.\ h^5 = 0.090.\ h^6 = 0.056$ и т. д.

Чтобы различить между собою различные типы золотых сечений, нам пришлось их обозначить некоторыми символами.

Пусть А и В крайние точки произведения или той длины, которую предстоит делить золотыми сечениями. Тогда мы условимся точку золотого сечения, которая ближе к В обозначать ВА, а которая ближе к А,—АВ.

Если мы начнем теперь делить расстояние между точками A и AB в золотом отношении, то то деление, которое ближе к A, мы обозначим A.AB, а которое ближе к AB—AB.A.

Таким образом каждая новая точка обозначается двумя или большим количеством букв, при чем, если делится расстояние между двумя такими точками в «золотом отношении», то как известно получаются две точки и обе они обозначаются совокупностью наименований или обозначений каждой из двух точек, расстояние между которыми делится. при чем обозначение той точки, которая ближе к делению. ставится впереди. Эти обозначения до некоторой степени обладают удобным свойством пермутативности, что облегчает пользование этой символикой.

Вот таблица всех этих точек, ограниченная не очень высокими «порядками» сечений. В первом столбце помещены наименования по нашей системе, во втором—числовая величина асстояния от начала счета—от точки A.

BA	0.618	AAAB	0.056
AB	0.381	AABA	0.090
AAB	0.146	ABBA	0.471
ABA	0.236	BBAB	0.910
BBA	0.853	BBBA	0.944
BAB	0.764	BAAB	0.528

ABABA	0.326	ABAAB	0.292	BABBA	0.708

В таблице, соединяющей результаты наших исследований (табл. A) все эти значения изображены графически на отрезке прямой.

Основное свойство этих отрезков, получающихся как разные степени h, заключается в том, что всякая степень h приводима к линейному выражению, может быть выражена через первую степень и обратно, всякие суммы разных степеней могут быть выражаемы степенью h, или же обратными величинами степеней (отрицательными степенями). Это в итоге приводит к тому, что общее количество отношений между этими отношениями так сказать, «отношений отношений»—оказывается чрезвычайно малое, меньшее, чем при каком бы то ни было ином способе расчленения отрезков или длин (или вообще величин) и сами эти «отношения отношений» в свою очередь оказываются ничем иным, как теми же степенями h или обратными им величинами.

Если мы например имеем величины 1, h, h^2
то вместе с основным отрезком они образуют отношения выражающиеся количествами

$$h \quad {}^1/h$$

и между этими отношениями—новые отношения вводят только еще новую степень h, именно $\frac{1}{h^2}$.

Если мы имеем величины 1, h, h, h, то между ними оказываются отношения 1, h, h, h, h, h, и суммы этих величин как напр. h^2+h^3 тоже посредством основного соотношения легко выражаются через степени H, именно

$$h^2+h^3=h$$
$$h^2-h^3=h^4.$$

И т. д.

Мы не можем посвящать много места этому чисто математическому вопросу, я его касаюсь мельком, чтобы только напомнить, какие свойства этого «золотого сечения», за которое оно и прозвано было в древности золотым и какое применение могут эти свойства иметь к интересующему нас вопросу.

Связь золотого сечения с минимальной задачей.

Проблема золотого сечения получает некоторый особый смысл в том случае, когда мы к ней приходим, задаваясь определенным вопросом, именно вопросом о таком делении отрезка на части некоторой точкой, чтобы при этом число получаемых возможных отношений было бы наименьшее. Задача, как не трудно показать, имеет два решения: первое дает середину отрезка, из общего числа возможных отношений образуемых тремя отрезками AB, AC, BC, которое равно как легко видеть шести

$$\frac{AB}{AC};\quad \frac{BC}{AC};\quad \frac{AC}{AB};\quad \frac{AB}{BC};\quad \frac{AC}{BC};\quad \frac{BC}{AB};$$

тогда остается три различных. Но при этом получается два равных отрезка—именно обе половинки AB. Второе решение получается как раз при условии золотого сечения, тогда число всех отношений равно четырем, и среди отрезков нет ни одной пары равных.

Если мы расширим задачу и будем искать такое деление отрезка AB на несколько неравных частей, чтобы общее количество получаемых отношений было бы наименьшее, то получим решение задачи соответствующее «золотым сечениям высших порядков». Мы тут имеем таким образом как бы экономию числа отношений, как бы наименьшее число возможных отношений при наибольшем количе-

стве самих отрезков. Задача по своей формулировке чрезвычайно напоминает наши прежние формулировки ритмической проблемы. Если мы вообще хотим в искусстве получать максимум впечатлений при минимальной затрате энергии, то тут мы как раз получаем соответственные условия. Ведь ощущение стройности есть в итоге повидимому не что иное, как интуитивное примеряние существующих временных отношений между частями целого. Если это число отношений наименьшее, а самих частей число наибольшее, то мы тут имеем наибольшую экономию энергии восприятия, «наилегчайшее восприятие» и след. имеем частичное приложение и разрешение ритмической задачи и должны очевидно получить наибольшее ощущение стройности, которое есть некоторый частный случай ощущения красоты. Организация художественного объекта таким образом, что его кардинальные части, разделенные вехами, образуют ряды золотого сечения, соответствует как раз такому наиболее экономному восприятию массы отношений и потому должно производить впечатление наивысшей «стройности» формы. Насколько велика экономия восприятия различных отношений при этом—показывает следующая таблица:

Число точек деления (считая и крайние AB)	Число отрезков	Число всех отношений	Число всевозм. разных отношений при золотых сечениях	Экономизирующий коэффициент
3	3	6	4	150%
4	6	30	7	287 „
10	45	1.480	13	1.138 „
26	325	114.300	21	5.395 „

Таким образом мы получаем колоссальную экономию восприятия разных отношений, особенно разительную, когда количество точек деления значительно. А так как мы уже говорили, что имеем вообще много оснований полагать, что восприятие стройности есть вообще обозрение отношений длин—обозрение совершаемое часто бессознательно и бессознательно же оцениваемое—то ясно, что такая огромная экономия не может пройти бесследно в самой оценке воспринимаемого.

Та теория или гипотеза, о которой мы говорили ранее, уже ясна из сказанного. Мы именно полагаем, что вследствие того, что восприятие стройности частей целого, отмеченных какими то эстетическими событиями, или вехами есть не что иное, как более или менее несознательная оценка

существующих отношений протяженности этих частей, то мы должны получать ощущение наибольшей стройности в том случае, когда этих отношений становится как можно меньше, при чем однако самих частей, оцениваемых должно быть побольше в целях наилучшего ориентирования в целом. Это как раз есть задача, которую только что мы разрешили—и ответ на нее именно таков, что для этого восприятия наибольшей стройности нам необходимо только одно, чтобы части целого находились бы друг к другу в отношении золотых делений, или чтобы целое было ими делено на части по принципу золотого сечения.

О метрических координатах.

Чтобы осуществить измерение нам пришлось ввести понятие метрический координат и соответственное представление о темпе. Мы представляем себе дело таким образом. Существует музыкальный организм—произведение, который протекает во времени. Образ его, фиксированный в записи, не соответствует тому звучащему образу, который выявляется только в исполнении,—он как бы стилизован в своем временном течении. В целях удобств нам оказывается более рационально именно этот образ записи принять за исходный пункт, но для того, чтобы им пользоваться нам надо ввести понятие о временных метрических координатах.

Длительность записанного звука определяется двумя факторами: его мензурой (половина, четверть, восьмушка) и его темпом. Мы вполне можем принять мензуральные единицы за независимое переменное, к которому относить все звучания. Это не будет само реальное время звучания, а как бы некоторое «идеальное время» в музыке. Это—независимая, переменная, вполне непрерывная, ибо мы представляем себе беспредельную делимость метрических единиц. Мы можем ее измерять в любых единицах, какие нам удобнее по данному случаю и всю музыку относить к этому метру, протекающему как бы вне темпа. Каждая нота музыкального произведения есть функция ее положения относительно этой основной независимой переменной.

Что касается темпа, то понятие темпа надо сначала определить. Мы под темпом разумеем отношение метрической координаты (идеального метрического времени, потраченного на данное музыкальное событие)—к реальному времени, потраченному на то же событие. Пусть напр. музыкальное событие занимает n четвертей, которые мы при-

мем за «единицу метрического измерения», а реальное время, потраченное на это равно t секунд. Тогда частное

$$\frac{n}{t}$$

изображает средний темп за время t.

Если событие ограничено метрическими координатами x_1, x_2, а времена реальные этих же граней события t_1 и t_2, то темп (средний)

$$T = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

Вообще мы могли бы представить дело так. Пусть имеем некоторое живое музыкальное исполнение. Отнесем его к метрическим координатам—это означает, что каждому идеальному метрическому времени m будет соответствовать некоторое реальное время T

$$T = f\ (m)$$

Изменению метрического времени Δm соответствует изменение реального времени Δt. Производная $f^1(m)$ будет изображать темп в каждый данный момент метрического времени. Этот темп в каждый данный момент является деформантой метрического идеального времени.

В нашей задаче теория темпа и деформант входит чрезвычайно важной частью. В ниже приведенных таблицах я даю результаты непосредственных вычислений, произведенных мною со всеми этюдами Шопена. При заранее ясной для каждого априорной стройности этих произведений—мы вправе были тут ожидать богатого урожая совпадений золотых сечений с метрическими предвычисленными. И действительно,—таковое предположение блестяще оправдывается, как видно из ниже приведенных результатов и таблиц. Но одновременно мы получаем указания на то, что даже и в тех случаях, когда мы имеем уклонение от предвычисленного положения эстетических вех, когда они представляются как бы смещенными вправо или влево от теоретического места золотого сечения—это не является доказательством уклонения от закона, а только указанием на то, что появляются новые обстоятельства, которые осложняют первичное простое явление. Тут-то нам и потребуется наша теория деформант, как увидим далее.

Л. Л. Сабанеев.

(Окончание следует.)

ЭТЮДЫ ШОПЕНА В ОСВЕЩЕНИИ ЗАКОНА ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ

(Опыт позитивного обоснования законов формы)

(Окончание)

АНАЛИЗ ЭТЮДОВ ШОПЕНА [1])

Произведенные измерения и исследования коснулись всех этюдов Шопена. Выбор именно всех этюдов преследовал цель доказательства неслучайности закономерности наблюденных явлений и, так сказать, большей вероятности самой нормативности. Взяты были все этюды под ряд, без выбора, чтобы случайно не коснуться таких произведений, в которых априори можно было бы ожидать большую стройность формы, чтобы невольно не выбрать самому, не сделать отбора наиболее „показательных" вещей, При изучении и измерении под ряд это возражение отпадает. Произведенные измерения и результаты их показывают, что вероятность подобной закономерности чрезвычайно значительна, ибо мы имеем в 27 произведениях всего 154 золотых сечений, а считая и случаи изучения мелодии — 178 золотых сечений, почти или вполне совпадающих с некоторыми эстетическими вехами, или по 6,6 в среднем на произведение, всего же произведений (этюдов), в которых наблюдалось хотя бы одно совпадение, оказалось 24, так что только незначительный процент (11%) лишены вовсе этих сечений [2]). Как увидим, даже и последнее заключение не вполне еще достоверно, ибо есть извиняющие „обстоятельства". В некоторых этюдах оказывалась несколько более сложная структура, и в них в сущности часто блестяще был обнаружен закон золотого сечения, но он оказывался как бы затемненным некоторой сложностью конструкции. Именно, мы имеем иногда случаи, когда (напр., в примере № 5) золотые сечения обна-

---

[1]) См. „Искусство", т. II, стр. 132—145. — Окончание статьи печаталось в отсутствие автора, под наблюдением М. И. Медведевой и Э. К. Розенова. Ред.

[2]) И в этих „исключениях" встретились независимые парциальные проявления золотого сечения в строении мелодии.

руживаются после отсечения небольшой коды, играющей роль как бы формального архитектурного „шпиля“ и как бы не относящегося к общей массе произведения. В других случаях (прим. № 14) оказывалось, что золотые сечения связаны с более сложным строением, что, напр., произведение делится на несколько симметричных частей, в каждой из которых наблюдаются законы золотого сечения. В некоторых случаях это распадение, подчеркнутое изменением темпа и ритма, произведено чрезвычайно естественно и легко обнаруживается (прим. № 22), в других оно при однородности структуры произведения менее ожидаемо. Когда мы говорим о первом случае (прим. № 5), когда золотые сечения обнаруживаются посредством отсечения коды, то могло бы встать возражение, что таким образом вообще можно было бы натянуть золотые сечения куда угодно. Но самая процессуальность исследования это опровергает. Дело в том, что если бы мы имели в этом этюде, который обнаруживает золотые сечения только после отсечения коды, только одно золотое сечение, тогда такого рода возражение могло бы быть допустимо, ибо действительно мы всегда сможем, отсекая некоторую часть, привести золотое сечение к любому теоретически предвычисленному пункту. Но тут у нас как раз наблюдается много пунктов—вех, совпадающих с золотыми сечениями, и они все как бы сдвинуты в одном направлении, чего бы не могло быть иначе, если бы не была закономерность, органически вкованная в явление. Наконец, мы видим, что хотя эта кода-шпиль и не относится к целому произведению, что она как бы экстерриториальна всей форме, однако, она сама по длительности (см. № 5) тоже выражается в величинах длин золотого сечения, ее длина тоже одна из длин, на которые все целое делится золотыми сечениями, и это уже окончательно доказывает, что мы имеем тут дело именно с присочиненным „шпилем-кодой“, который в произведение, как целую форму, не входит.

Комбинации золотых сечений с симметриями, повидимому, чрезвычайно распространены, ибо, как мы видели, и симметрия, т. е. равенство длин, тоже дает сильное упрощение числа отношений и тем осуществляет ритмическую проблему. В этюдах Шопена, нами изученных, это, впрочем, сравнительно редкий случай, но по нашим другим исследованиям, напр., у Бетховена, это, очень частый случай, когда все сочинение делится на две симметричные части, а внутри каждой из них наблюдаются очень строгие золотые сечения (напр., в первой части скрипичной сонаты C-moll).

Одним из поводов, которые послужили мне для выбора именно этюдов Шопена, было предположение, что для того, чтобы обнаружить закон во всей возможной простоте, чтобы он не был заслонен осложняющими явлениями, надо брать произведения:

1) Высокохудожественные, т. е. принадлежащие одному из гениальных авторов. Вышеприведенный список общей „статистики явления“ (Иск. № 2, стр. 138) показывает довольно наглядно некоторую зависимость фреквенции золотых сечений от ранга композитора, и наиболее высокий процент фреквенции падает на гениальных лиц, а наименьший — на малодаровитых и „подозрительных“. Очевидно, интуиция формы и стройности, как это и следует ожидать, наиболее сильна у гениев первого класса.

2) Такие, в которых деформанты темпа незначительны или отсутствуют; ибо всякое изменение темпа, как временное явление, нарушает метрическое течение времени, и наше время, вычисленное по метрической координате, обнаружит неизбежное смещение с предвычисленных точек золотого сечения. А так как мы считали неудобным непосредственное измерение живого времени по хронометру из-за причудливости такого способа и из изменчивости самого исполнения, — то естественно надо было выбрать такие произведения, в которых можно было бы ожидать наименьших темповых вариаций. Этюды с их константными фигурациями, с почти устойчивым темпом в этом отношении казались очень удобными и оправдали свое это значение.

Самое исследование велось таким образом: сначала общая метрическая длина произведения выражалась в тех или иных метрических единицах, напр., в четвертях или половинах и т. п. При этом приходилось априори учитывать размеры конечных фермат или пауз, которые обычно имеют некоторую метрическую длину, отличную от написанной автором. Обыкновенно конечную фермату приходилось считать за $^1/_2$ — 1 такт. Интересно, что все-таки, если этого не делать и считать ферматы, как они написаны, то в итоге всегда корректив сам собой является, ибо если недосчитать конечную фермату, то все золотые сечения окажутся сдвинутыми на приблизительно одну величину от своих „эстетических вех“ в одном направлении, именно влево (против длины или течения произведения), и если, напротив, ее „пересчитать“, счесть слишком длинно, то все они сместятся вправо (по длине произведения). Из этого смещения, которое легко обнаруживается, коль скоро мы имеем не одно, а хотя бы два золотых сечения,— нетрудно даже „вычислить“ размер надлежащей ферматы или конечной паузы и тем поставить все эстетические вехи в точности на место сечений. Как показывают мои наблюдения над иными произведениями, быть может, иногда мы принуждены ввести понятие не только конечных пауз и фермат, но и несуществующее еще пока в музыке понятие начальных пауз — произведение как бы „начинается паузой“ неопределенной длины. Молчание есть тоже, как всякий знает из примера любой паузы, возможная составная часть музыкальной

ткани, и, собственно говоря, в нашем допущении нет ничего невозможного: если произведение может заканчиваться молчанием и довольно продолжительным (фермата, пауза), то отчего бы ему не иметь их в начале? Что касается до размеров самых конечных пауз, то исследование, более широкое, нежели то, результаты коего приведены тут, показало мне, что они бывают очень велики, и в произведениях очень динамичных и кратких мною констатированы случаи (в некоторых прелюдиях Шопена и Скрябина), доказываемые именно смещением всех сечений — существование огромных конечных пауз, иногда равных десяткам тактов.

Музыка вообще не оканчивается там, где она перестает быть записанной, и не начинается там, где ее начали писать. Молчания предваряющие и молчания заключающие могут быть, как я сказал, значительны. Их существование помимо вывода из наших золотых сечений еще доказывается тем общеизвестным и простым фактом, что немыслимо эстетически исполнять одно произведение немедленно после другого, в точном следовании размерам конечных пауз или фермат. Всегда требуется некоторая большая пауза, которая значительно дольше, чем обозначенная автором. Это—суммарная пауза конечного молчания одной вещи и начального (вступительного) молчания другой. Та пауза, которую интуитивно выдерживает до начала исполнения каждый исполнитель, есть именно пауза начала, и она различна в разных произведениях, смотря по их типу. Можно сказать вообще, что тихие произведения, начинающиеся тихо, чаще предваряются большой паузой. Напротив, громкие, динамичные имеют обычно значительную завершительную паузу. Все это надо учитывать при измерениях, но, как я уже говорил, даже неучет этого немедленно обнаруживается в смещении точек сечений, если только их более, чем одна.

Когда такое размерение произведения произошло и конечные и начальные паузы учтены (в нашем случае дело не доходило до начальных пауз — их, повидимому, тут не было, были только конечные и то небольшие), то мы вычисляли всевозможные пункты золотых сечений разных порядков, теоретически следующие для такой общей длины произведения. Затем мы наблюдали эти вычисленные точки в произведении и смотрели, нет ли, как мы говорили, в смежности с ними какого-либо эстетического события в виде вехи, могущей служить пунктом опоры внимания. Если таковая веха находилась в виде динамического или интонационного центра, или в виде грани формальной структуры, или в виде ладового события, — то мы отмечали ее точное метрическое положение и вычисляли разность (положительную или отрицательную) между предвычисленным положением и реальным

положением на метрической координате. В нашей таблице отдельные столбцы означают следующее.

Первый дает наименование произведения.

Второй — его общий метрический размер, включая конечные ферматы, выраженный в метрических единицах (четвертях, восьмых, смотря по удобству).

Третий — наименование золотого сечения по нашей системе.

Четвертый — его теоретическая величина в десятичной дроби (принимая за единицу всю длину).

Пятый — реальная величина ближайшей эстетической вехи — эстетического события, которое может быть сочтено как обозначающее это сечение, — выраженная в десятичных долях целого, принимая стало-быть целую длину за 1.

Шестой — разность между предвычисленным и наблюденным в десятичных долях целого (в тысячных).

Седьмой — теоретическая (предвычисленная) величина соответствующего пункта золотого сечения в метрических единицах (тактовых долях — четвертях, восьмых) с точностью до третьего десятичного знака (до 0,001).

Восьмой — реальная величина ближайшей эстетической вехи в метрических или тактовых единицах.

Девятый — разность в метрических долях такта.

Десятый — тип эстетической вехи (динамическое, интонационное или ладовое, или формальное событие).

Как показывают эти таблицы и синтетическая графика всех их, в которой все рассмотренные этюды изображены одной общей длиной — как бы „приведены для ясности к одной длине“, — результаты исследования неминуемо должны привести к выводу, что закономерность тут есть и очень определенная, что ни о какой случайности речи не должно быть. Совпадение предвычисленных моментов с реальными чрезвычайно точно (оно особенно наглядно в большой синтетической таблице, где левый столбец изображает примерную графику всех теоретических золотых сечений, а второй столбец показывает, как около этих теоретических точек происходит накопление реальных эстетических вех, — эти теоретические точки действительно являются как бы идеальными пунктами или пределами, к которым приближается реальная эстетическая веха.

Разности между предвычисленными и реальными величинами чрезвычайно малы, отнесенные к общей длине в „единицу“ они выражаются всего только тысячными долями целого, причем наибольшее отклонение (и, как увидим, вызываемое некоторыми органическими причинами) достигает всего 0,025 целой

длины. Лучшего согласия опыта и теории желать и не приходится. Главная масса разностей колеблется в еще более тесных пределах, и средняя наблюденная величина разности равна всего 0,00341 измеряемой целой величины.

По своим эстетическим признакам наблюдаем в этом случае такую статистику:

Динамического центра или явления (обозначается на таблице **Д**)	46
Интонационного центра (т. е. предельного повышения звука) (обозначается **И**)	40
Структурных граней (обозначается **Ф**)	76
Ладовых событий (модуляции, утверждение новых тональностей и проч.) (обозначается **Л**) . . .	23
Совмещения центров разного типа	по 2—39 по 3— 6

Не во всех, конечно, случаях мы наблюдаем как бы заполненными все теоретические пункты золотых сечений. Иногда мы имеем только несколько, причем таковыми в этих случаях всегда оказываются наиболее важные, т. е. низкие по „порядку“ сечения (АВ, ВА, ААВ, АВА и т. п.). Мы должны на основании произведенного исследования считать вообще ВА наиболее частым и сильным местом для золотого сечения, к нему обычно приурочивается кульминационный пункт произведения (чаще всего—начало репризы). Тут мы даем статистику фреквенции разных типов золотых сечений:

Типа	ВА	0,618	23	Типа	ААВ	0,056	2
„	АВ	0,381	17	„	ААВА	0,070	8
„	ААВ	0,146	15	„	АВВА	0,472	3
„	АВА	0,236	11	„	ВВАВ	0,910	5
„	ВВА	0,854	15	„	ВВВА	0,944	5
„	ВАВ	0,764	8	„	ВААВ	0,528	10

АВААВ	0,292	2
ВАВВА	0,708	1
АВАВА	0,326	2

Кроме рассмотренных частей целого, в этих опытах еще анализу отдельно подвергались некоторые особенные части, отдельные мелодии в их цельности, отдельные фигурации и пассажи. В мелодических образованиях явление кульминации мелодии (динамической и интонационной — или обеих вместе) в пункте золотого сечения чрезвычайно часты. В приведенных нотных

примерах мы имеем тому доказательство. Обычно это—золотое сечение ВА и на нем приходится динамический и интонационный пункт одновременно, т. е. это оказывается точкой наибольшего подъема мелодии и наибольшей силы ее звуков. Совпадение достигает точности до одной ноты, т. е. той предельной точности, дальше которой самая материя предмета не может итти. В высшей степени любопытен пример фигурации в этюде Ор. 25 № 7 (приложено к прим. № 19), в которой с такой же степенью точности, т. е. до одной ноты, притом ноты, протекающей в быстрейшем темпе, отдельные волны этой фигурации, точно заранее вычисленные, в точности образуют длины, соответствующие длинам золотых сечений. Это — один из наиболее поразительных примеров точнейшей работы интуиции стройности, ибо, конечно, в данном случае всякую возможность такого „вычисления" со стороны Шопена предполагать было бы нелепо.

ВЫВОДЫ и ЗАКЛЮЧЕНИЯ

На основании сказанного и исследованного мы вправе создать постулат о нормативности закона золотого сечения. Закон этот мы должны формулировать с некоторой осторожностью, я лично предпочитаю историческую формулировку как совершенно объективную.

В произведениях авторов до XX века (хотя и в произведениях авторов XX века это тоже наблюдается) мы наблюдаем совпадение точек золотого сечения общей временной длины произведения с различными эстетическими вехами. Это совпадение обусловливает восприятие наибольшей стройности.

В этой „наибольшей стройности" центр нашего положения, которое имеет значимость очевидно по отношению к некоторому идеальному случаю, к которому лучшие и ближайшие приближения — творения гениев. Но и гении могут, как все люди, ошибаться, и художественное творчество человека способно при великих достоинствах обладать частичными недостатками. Мы думаем, что закон наш имеет общее значение, что действительно, уклонение от него, смещение эстетических пунктов и вех с точек золотых сечений, всегда так или иначе отражается на восприятии стройности произведения — и мы уже указали нашу теорию по этому поводу, как теорию наибольшей экономии восприятия отношений длин. Но если так, то мы вправе даже измерять стройность произведения точностью этих совпадений. Уклонение от закона могут быть объяснены либо действительным нарушением стройности по вине композитора, что-то в своей

интуиции недосмотревшего, или же иногда они, как мы увидим далее, могут быть иногда объяснены деформациями темпа, которых мы до сих пор никак не учитывали. Дело в том, что живое музыкальное произведение, т. е. играемое, исполняемое или мыслимое даже в некотором идеальном исполнении, никогда не идет точно метрически, выражаясь нашими терминами,—его метрическая координата никогда не „пропорциональна" реальному времени. И темп представляется не постоянной величиной, а переменной функцией метрического времени. Рассмотрим, какое влияние это может и должно оказывать на положение точек метрического золотого сечения. Так как автор, сооружая свое произведение, имеет дело не с метрическим временем, а с некоторым идеальным временем, но все-таки не метрическим, с некоторыми идеальными темпами, — то ясно, что и его концепция эстетических „вех" рассчитывается не на метрическое время, а на это самое идеальное время. По отношению к „метрическому" времени эти пункты или вехи окажутся необходимо смещенными более или менее значительно, и смещение будет тем резче и значительнее, чем темп изменяется сильнее и причудливее в течение произведения. Оттого мы и остановили наше первоначальное внимание на этюдах Шопена, что чувствовали, что тут по самому заданию в среднем темп все-таки не так уже сильно меняется, и это помогло нам найти явление, нас интересующее в наиболее простой его форме. Если мы, напр., имеем золотое сечение ВА и если в части произведения до ВА мы имеем ускорение (возрастание) темпа, то истинное расстояние (временное) А—ВА сокращается, тогда как метрическое остается то же самое, и потому мы наблюдаем неминуемое смещение эстетической вехи к концу произведения. Обратное появление ускорения в части после ВА сокращает истинное расстояние ВА—В, и оттого эстетическая веха должна приблизиться к началу произведения. Вообще, если мы таким образом наблюдаем более или менее значительное смещение эстетической вехи вправо (к концу произведения), то это должно нам показывать, что в части до этой вехи мы имеем метрическую или темповую деформанту положительного характера, т. е. некоторое ускорение темпа, или, наоборот, имеем некоторое замедление темпа в части, следующей за эстетической вехой. Допустим, что мы имеем теоретический пункт золотого сечения в точке, расстояние которой от начала равно a (в метрических единицах), а реальное эстетическое событие или веха находится на расстоянии $a+x$. Пусть далее L—полная длина всего произведения (тоже в метрических единицах). Тогда, для того чтобы эстетическая веха встала на надлежащее место, необходимо, чтобы реально $a+x$ получило длину a, а остаточное расстояние $L-(a+x)$ получило бы реальную длину $(L-a)$. А для этого достаточно, чтобы

средний темп в части до этой вехи ускорился бы в отношении $\frac{a+x}{a}$, а темп последующей части замедлился бы в отношении $\frac{L-(a+x)}{L-a}$. Деформанта темпа между двумя пунктами вообще, стало быть, измеряется отношением реального (наблюденного) расстояния пунктов к теоретическому (предвычисленному). Деформанта будет больше единицы, когда смещение положительно (в сторону движения произведения), и будет меньше единицы (темп замедляется), если смещение отрицательно. Темп сокращается в той части, куда смещение происходит, и ускоряется в другой части. Если метрические координаты двух пунктов суть: реальные n_1 n_2, а теоретические— N_1 N_2, то деформанта $= \frac{n_2 - n_1}{N_2 - N_1}$.

Исходя из этого, мы вправе иногда предположить, что помимо случаев, когда сам автор „виноват“ в нестройности, обусловленной непопаданием золотых сечений на эстетические вехи, — возможны случаи, когда он совершенно невиноват, а что виновато наше метрическое измерение, оперирующее с устойчивым и объективным материалом метрической координаты, тогда как в действительности музыка течет во времени. Тогда можно проверить это положение соответствующим вычислением темповых деформант. Чтобы все эстетические вехи, смещенные с своих теоретических точек, вновь попали на них, достаточно, чтобы в каждом промежутке между этими двумя последовательными вехами деформанта темпа равнялась бы отношению наблюденного (реального) расстояния вех к их теоретическому расстоянию.

Ряд соображений указывают нам, что вероятность такого осложнения явления золотого сечения более, нежели велика. Прежде всего мы встречаемся в конструкции музыки с фактом принципиальной и изначальной борьбы между требованиями стройности (выражающимися в законе золотых сечений) и обычным, основанным на нашем ритмическом чувстве, конструированием произведения из равных или симметричных частей. В мелодии, где интонация свободно движется между четными и ровными построениями тактов, в динамике, где тоже мы можем поместить любой динамический центр в любой временный пункт, — эта борьба довольно просто разрешается. Но хуже дело обстоит, когда эстетическими вехами оказываются формальные структуры, которые органически связаны с сложением произведения по обычному методу из равных и симметричных частей. Иррациональная природа золотого сечения не мирится никак с рациональным сложением из равных отрезков и потому, чтобы примирить эти два принципа в тех весьма частых случаях, когда эстетические вехи, стимулирующие золотые сечения, все-таки суть именно структурные грани,— приходится предположить и реализовать

деформации темпа, которые, сохраняя видимость четных и симметричных конструкций из равных частей и кусков, на деле делают их вовсе неравными и позволяют поставить эстетические структурные грани на точках золотых сечений. Без этих деформант эта проблема даже вовсе неразрешима. На самом деле мы наблюдаем, что эти деформанты встречаются необычайно часто, гораздо чаще, чем мы думаем, и темп вообще представляется мало устойчивым даже в самых, казалось бы, спокойных произведениях. Минимальные нюансы экспрессии, иногда чисто интуитивно постигаемые замедления, основанные на самом методе звукоизвлечения (напр., минимальное замедление в сложных и трудных местах, прекрасно осознаваемых автором как таковые именно),—все это меняет конструкцию и расположение золотых сечений по метрической координате. В нашем случае этюдов Шопена мне пришлось исследовать этот вопрос подробно, и я получил неожиданные результаты чрезвычайно благоприятного вида. Оказалось, что действительно, во-первых, эти деформанты обычно чрезвычайно невелики и наблюдаемые ускорения почти незаметны для невнимательного наблюдателя, но они именно те самые, которые интуитивно производятся в этих местах всяким чутким исполнителем. В исследованных мною случаях оказалось, что как раз в тех этюдах, где смещения значительны (прим. №№ 7, 9), наблюдается по самому характеру произведения некоторая неустойчивость темпа, напротив, в тех, где смещение незначительно, — мы имеем темп прямолинейный и стойкий тоже „по характеру“ произведения. Обращая внимание на то, что в нашем случае обычно, когда мы вычисляли разности между теоретическими и наблюденными величинами, они не превышали 0,015 целого, мы легко можем сообразить, что вообще дело идет не о каком-то особенном „rubato“, а о тех самых обыкновенных ускорениях экспрессии, которых большая часть оказывается даже помечена автором и именно в тех же местах, где она должна быть по нашей теории, в других местах она хотя и не помечена, но интуитивно обычно делается исполнителями.

Совпадение существования таких оттенков темпов с нашими вычислениями позволяет сильно расширить область приложения закона золотого сечения, применяя его к тем случаям, где он непосредственно, казалось бы, не прилагается. Применяя все перечисленные нами коррективы к закону, в виде введения начальных и финальных пауз и фермат, в виде учета возможных деформант темпа, мы можем к этому естественному и простому закону стройности общей конструкции привести ряд новых музыкальных явлений, причем мы, конечно, не можем не указать, что, само собою разумеется, остается вполне возможным ряд случаев, когда закон золотого сечения не

выполнен просто потому, что композитор не обладает достаточной интуицией стройности.

Во время писания настоящей работы наш запас наблюдения и сведений по этому вопросу чрезвычайно увеличился: нами исследованы теперь уже все симфонии Бетховена, все его фортепианные и скрипичные сонаты, все произведения Скрябина. Все сделанное в этом направлении вполне убеждает нас в том, что мы были правы, утверждая существование этого закона как нормы и внешнего математического выражения принципа стройности. Это есть не что иное, как одно из частных воплощений ритмического принципа, и в этом заключается позитивная ценность данной закономерности. Не следует из этого, что вообще неминуемо надо применять этот принцип к творчеству. Дело в том, что общеритмический принцип требует только общего решения ритмической проблемы наибольшего в наименьшем. Постоянно бывает, что это общее решение достигается только путем жертвы этими же парциальными принципами в частностях. Как диссонанс есть в некотором роде частичная „аритмия в созвучии", но тем не менее эта аритмия необходима в концепции целого, так может оказаться, что и принцип стройности — т. е. золотого сечения — как своего рода тектонический „консонанс" может иногда оказаться ненужным в частях и даже вредным. Пока мы в музыке переживаем еще детство формы и пользуемся сравнительно только элементарными ее видами, применение таких формальных или структурных консонансов так же обосновано, как было обосновано в свое время сплошное употребление созвучных консонансов. Но возможно, что развитие формы приведет к таким ее сложным построениям, при которых потребуются диссонансы формы, нарочитые уклонения от стройности, чтобы этими уклонениями именно создавать прекрасное, т. е. ритмическое целое.

КОММЕНТАРИИ К ТАБЛИЦАМ ИЗМЕРЕНИЙ

№ 1. Золотое сечение только одно, что стоит в гармонии с однообразным фигуративным характером сочинения. Это золотое сечение падает на репризу (что, как мы видели и увидим еще много раз,—один из наиболее частых приемов). Отступление от теории довольно большое—оно могло бы быть уничтожено продлением ферматы, но мы на это не решаемся тут ввиду единичности самого золотого сечения. Возможно, что существует деформанта темпа, которая для первой половины этюда равна

$$\frac{609}{618} = 1.015,$$

а для второй половины

$$618/609 = 0.985$$

Эти деформанты весьма незначительны и вполне соответствуют импульсивному, более монументальному темпу начала этюда и естественному замедлению пред репризой.

Наименование произведения	Число метрических единиц	Наименование сечения	Теоретическая величина (в десятичных долях)	Реальная величина (в десятичных долях)	Разность	Теоретическая величина (в метрических един.)	Реальная величина (в метр. ед.)	Разность	Тип эстетического события
1. Op. 10 № 1 C-dur	318 ◠ = 2	BA	0,618	0,609	9	196.524	193	3,524	Ф
2. Op. 10 № 2 a-moll	198 ◠ = 2	AAB	0,146	0,152	6	28.608	30	1,392	Д
		AB	0,381	0,368	13	75.536	73	2,536	Ф
		BA	0,619	0,617	1	122.464	122	0,464	Л
		BBA	0,854	0,853	1	169.392	169	0,392	И. Д.
3. Op. 10 № 3 E-dur	Золотые сечения обнаруживаются в каждой из трех темповых частей этюда.								
I	83	BA	0,618	0,627	9	51.294	52	1,706	Ф
		AB	0,381	0,385	4	31.706	32	1,706	Ф
		ABA	0,236	0,241	5	19.588	20	0,412	Ф
		BAB	0,764	0,771	7	63.412	64	0,412	И. Д
II	162	BA	0,618	0,612	6	100.116	99	0,884	И. Д
III	64 ◠ = 0		Общий размер части = 0,764 первой						
			0,764	0,771	7	63.412	64	0,412	Ф
4. Op. 10 № 4 cis-moll	328 ◠ = 7	BA	0,618	0,616	2	202.704	202	0,704	Ф. Д
		AB	0,381	0,396	15	125.296	130	4,704	Д
		AAB	0,146	0,148	2	47.888	47	50,888	Д. И
		AABA	0,090	0,091	1	29.520	30	0,480	Ф
		AAAB	0,056	0,052	4	18.368	17	1,368	Ф
		BAAB	0,528	0,542	14	173.184	188	12,816	Д
		BBA	0,854	0,854	2	280.112	280	0,112	Д. И
		BAB	0,764	0,757	7	250.592	248	2,592	Д. И
		BBAB	0,910	0,909	1	298.480	298	0,480	Ф

В последнем столбце (тип эстетич. события) значение букв таково: Д — динамическое событие, И — интонационное, Л — ладовое, Ф — формально-структурное.

Наименование произведения	Число метрических единиц	Наименование сечения	Теоретическая величина (в десятичных долях)	Реальная величина (в десятичных долях)	Разность	Теоретическая величина (в метрических един.)	Реальная величина (в метр. ед.)	Разность	Тип эстетического события
5. Op. 10 № 5 Ges-dur	Золотое сечение обнаруживается после отсечения коды в последние 7 тактов. Число оставшихся единиц 312, кода равна 28 единиц и по размерам равна ААВА — 0,090.								
	312	ВА	0,618	0,615	3	192.816	193	0,184	Ф.Д.И
		АВ	0,381	0,387	4	119.184	121	1,816	Д
		ВААВ	0,528	0,522	6	164.736	163	1,736	Л
		ВВА	0,854	0,855	1	266.448	267	0,552	Ф
			0,090	0,089	1	28.000	28	0,080	Ф
	закл.	кода	0,056	0,056	0	17.472	$17^1/_2$	0,028	Ф
6. Op. 10 № 6 es-moll	321 ◠ = 3	ВА	0,618	0,607	11	198.378	195	3,378	Д. И
		АВ	0,381	0,380	1	122.622	122	0,622	Л
		АВА	0,236	0,239	3	75.756	74—76	—	И
		ААВ	0,146	0,146	0	46.866	47	0,134	Ф
		ААВА	0,090	0,087	3	28.890	26—29	—	И
		ВААВ	0,528	0,529	1	169.488	171	1,512	Л
		ВАВ	0,764	0,757	7	245.244	243	2,244	Ф
		ВВАВ	0,910	0,913	3	292.110	293	1,890	Л
		ВВВА	0,944	0,947	3	303.024	302	1,024	Л
7. Op. 10 № 7 C-dur	331	ВА	0,618	0,604	4	204.558	200	4,558	Ф
		ВАВ	0,754	0,761	3	252.884	252	0,884	Л
		ВВА	0,854	0,858	4	282.674	284	1,326	Д

Золотое сечение обнаруживается при отсечении коды в 4 такта = 24 единицы. Кода равна по размерам ААВА — 0,090. Оставшаяся часть составляет 331 единицы.

8. Op. 10 № 8 F-dur	384 ◠ = 3	ВА	0,618	0,629	11	237.312	242	4,688	Ф. Д
		АВ	0,381	0,380	1	146.304	146	0,304	Д. И
		АВА	0,236	0,235	1	90.624	90	0,624	Ф
		ААВ	0,146	0,151	5	56.064	58	1,936	Ф
		ААВА	0,090	0,089	1	34.560	34	0,560	Ф
		ВАВ	0,7 64	0,755	9	293.376	290	3,376	Д. И
		АВВА	0,471	0,475	4	181.248	182	0,752	Д. И
		ВААВ	0,528	0,526	2	202.752	202	0,752	Л
		АВАВ	0,292	0,297	5	112.128	114	1,872	Ф

Наименование произведения	Число метрических единиц	Наименование сечения	Теоретическая величина в (десятичных долях)	Реальная величина (в десятичных долях)	Разность	Теретическая величина (в метрических един.)	Реальная величина (в метр. един.)	Разность	Тип эстетического события
9. Op. 10 № 9 f-moll	Золотое сечение не обнаружено, но, повидимому, это обусловлено тем, что темп этюда изменчив. В частности этюд состоит из двух почти симметричных и почти равных частей (216 единиц и 192 единицы), и вторая часть обнаруживает правильное распределение золотых сечений.								
	192 ◠ = 2	BA	0,618	0,607	11	118.656	116	1,344	Д.Ф.И
		AB	0,381	0,380	1	73.344	73	0,344	Ф
		ABB	0,236	0,250	14	45.312	48	2,688	Ф
		BBA	0,864	0,875	9	163.968	168	4,052	Ф
		BAB	0,764	0,755	9	146.688	145	1,688	Ф
10. Op. 10 № 10 As-dur	308 ◠ = 0	BA	0,618	0,626	2	190.344	193	2,656	Д.Ф.И
		AB	0,381	0,367	14	117.656	113	4,656	Л. Ф.
		AAAB	0,056	0,058	2	17.248	173	—	Ф
		ABBA	0,472	0,470	2	145.376	145	0,376	И. Д
		BAB	0,764	0,750	14	235.312	233	1,688	Ф
		BBAB	0,944	0,951	7	290.752	293	2,248	Л
		BABBA	0,708	0,704	4	218.064	217	1,064	Ф
		ABA	0,236	0,214	22	72.688	66	6,688	Л
		AAB	0,146	0,159	13	49.968	49	0,032	Ф
11. Op. 10 № 11 Es-dur	324 ◠ = 2 ◠ = 2	BA	0,618	0,605	13	200.232	194	6,232	Ф
		AB	0,381	0,370	11	123.768	122	1,768	И. Д
		AAB	0,146	0,146	0	47.304	48	0,696	Ф
		BAAB	0,528	0,528	0	170.072	171	0,928	Л
12. Op. 10 № 12 C-moll	Золотое сечение не обнаружено. Этюд, подобно прим. 9, обнаруживает сложение из двух симметричных частей, почти равных по метрическому протяжению (160 метр. единиц и 150 метрических единиц плюс маленькая кода в 16 единиц). Но каждая часть в отдельности обнаруживает правильные золотые сечения, а сама кода, если следовать буквально записи и не считать никакой паузы, равна 15 единиц, т. е. как раз 00,9—обычный размер всех таких маленьких код.								
		1-я половина							
	160	BA	0,618	0,607	11	98.880	97	1,880	И. Д
		ABA	0,236	0,231	5	37.760	37	0,760	Ф
		AAB	0,146	0,155	11	23.360	25	1,640	Ф
		AAAB	0,090	0,090	0	14.400	15	0,600	Ф
		BBA	0,854	0,856	2	136.640	137	0,360	Ф.Д.И
	2-я половина по своим кульминациям тождественна первой.								

Наименование произведения	Число метрических единиц	Наименование сечения	Теоретическая величина (в десятичных долях)	Реальная величина (в десятичных долях)	Разность	Теоретическая величина (в метрических един.)	Реальная величина (в метр. ед.)	Разность	Тип эстетического события
13. Op.25 № 1 As-dur	199 ⌒ = 0	BA	0,618	0,613	5	122.982	122	0,942	И. Д
		BBA	0,854	0,844	12	169.946	168	0,946	Л
14. Op.25 № 2 f-moll	Этюд состоит из трех частей, из которых две крайние тождественны по конструкции и по расположению сечений и симметричны относительно средней, которая сама находится по размерам в отношении к крайним как большая часть золотого сечения к меньшей. Если средняя часть есть A, а крайние B, то B:A — 0,618.								
	I и II части вместе образуют 200 единиц, и при этом след. начало II части падает на пункт AB (0,381)								
	200	BA	0,618	0,610	8	123 6	122	0,6	И. Д
		AB	0,381	0,380	1	76,4	76	0,4	Ф (начало II ч.)
		ABA	0,236	0,235	1	47,2	47	0,2	И. Д
		AAB	0,146	0,142	4	29,2	28½	0,8	И. Д
		BBA	0,854	0,850	4	170,8	170	0,8	Л
		BAAB	0,528	0,524	4	104,6	104½	0,1	И. Д

В этом замечательном примере надо обратить внимание, что золотые сечения типов BBA, BAAB, BA целого оказываются в то же время золотыми сечениями типов BAB, ABA, AB одной второй (средней) части, взятой отдельно. Третья часть идентична первой по своим вехам.

15. Op.25 № 3 F-dur	222 ⌒ = 5	BA	0,618	0,621	3	137.196	137	0,196	Л
		AB	0,381	0,387	6	84.804	86	1,196	Л. Ф
		ABA	0,236	0,225	11	52.392	50	2,392	Л. Ф
		AAB	0,146	0,					
		BBA	0,854	0,851	3	189.558	191	1,412	Л. Ф
		BAB	0,764	0,761	3	169.608	170	0,392	Ф. Д
		BBBA	0,944	0,941	3	209.568	209	0,568	Ф
16. Op.25 № 4 a-moll	261 ⌒ = 0	BA	0,618	0,590	— 28	161.298	154	7,298	Ф
		AB	0,381	0.405	+ 26	99.702	106	6,298	Д
		BBA	0,854	0,858	+ 4	222.894	224	1,106	Ф
		AAB	0,146	0,130	— 16	76.212	74	2,212	Ф
		BBBA	0,944	0,956	+ 12	247.384	250	2,616	Ф. Д

В этом этюде совпадение замечается неважное, что, однако, объясняется хорошо теорией деформант, так как темп этого этюда сильно изменчив.

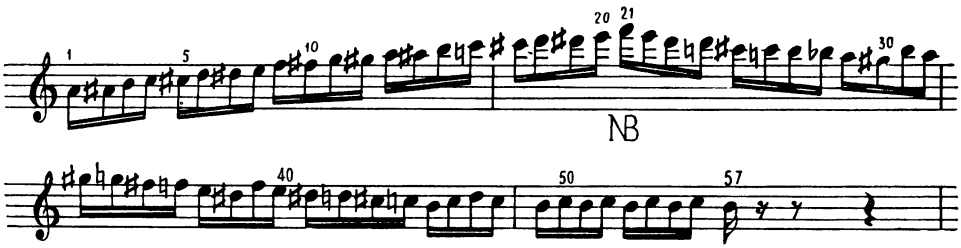
Наименование произведения	Число метрических единиц	Наименование сечения	Теоретическая величина (в десятичных долях)	Реальная величина (в десятичных долях)	Разность	Теоретическая величина (в метрических един.)	Реальная величина (в метр. ед.)	Разность	Тип эстетического события
17. Op.25 № 5 E-moll	Этюд состоит из трех частей. Две крайние симметричны относительно средней, отличающейся размером и темпом. В средней части золотых сечений не замечено. I часть (она же тождественна почти с III, если счесть фермату окончания за соответствующее число тактовых единиц).								
	137	BA	0,618	0,620	2	84.666	85	0,334	Ф
		AB	0,381	0,379	3	52.334	52	0,334	Ф
		AAB	0,146	0,146	0	20.332	20	0,332	Ф
		AABA	0,090	0,095	5	12.220	13	0,780	Ф
		BAAB	0,528	0,540	12	72.336	74	1,664	Ф
18. Op.25 № 6 gis-moll NB темп Lento = втрое медленнее начального d=69.	264	BA	0,618	0,625	7	163.152	165	2,848	Л. Д
		AB	0,381	0,390	9	100.848	103	2,152	Л. Ф
		ABA	0,236	0,231	4	62.304	61	1,304	Л
		AAB	0,146	0,143	3	38.544	38	0,544	Ф. И
		AABA	0,090	0,083	7	23.760	22	1,760	Ф. И
		ABBA	0,472	0,462	10	124.608	122	2,608	Ф.И.Д
		BAAB	0,528	0,519	9	139.392	137	2,392	Ф
		ABABA	0,326	0,326	0	86.064	86	0,064	Ф. И
19. Op.25 № 7 cis-moll	(При рассмотрении отсекается „интродукция".)								
	204 ◯ = 0	BA	0,618	0,622	4	126.072	127	0,928	Ф
		AB	0,381	0,387	6	77.928	79	1,072	Д. И
		ABA	0,236	0,240	4	48.144	49	0,856	Л
		AAB	0,146	0,147	1	29.784	30	0,216	Л
		BAAB	0,528	0,528	1	107.712	108	0,288	Ф
		BAB	0,764	0,759	5	155.856	155	0,856	И. Д
		BBA	0,854	0,858	4	174.216	175	0,784	Л
		BABB	0,910	0,913	3	185.640	186	0,360	Д
20. Op.25 № 8 Des-dur	Золотых сечений не найдено, но они получаются, если откинуть коду, предположив, что нет конечного пассажа (хром. гамма). Общая длина тогда 129 единиц.								
		BA	0,618	0,620	2	79.722	81	1,278	Ф
		AB	0,381	0,379	2	49.278	49	0,278	Ф
		ABA	0,236	0,223	13	29.444	29	0,444	И. Д
		BBA	0,854	0,846	8	109.166	109	0,166	Ф.И.Д

Наименование произведения	Число метрических единиц	Наименование сечения	Теоретическая величина (в десятичных долях)	Реальная величина (в десятичных долях)	Разность	Теоретическая величина (в метрических един.)	Реальная величина (в метр. ед.)	Разность	Тип эстетического события
21. Op.25 № 9 Ges-dur	104 ◠ = 2	BA	0,618	0,625	7	64.272	65	0,728	Д. И
		ABBA	0,471	0,469	2	52.728	49	3,728	Ф. Д
		BBA	0,854	0,856	2	88.816	89	0,184	Ф
22. Op.25 № 10 h-moll	Этюд распадается на три части, крайне симметричные по отношению к средней, причем их длины относятся в крайнем и среднем отношении—отношение равно 0,618. Но других точных отношений не замечено.								
23. Op.25 № 11 a-moll	Вступление иного темпа откидывается.								
	368 ◠ = 0	BA	0,618	0,612	6	227.424	225	2,424	Д. И
		AB	0,381	0,386	5	140.576	142	1,424	Ф
		AABA	0,090	0,089	2	33.120	33	0,120	Ф
		BBA	0,854	0,861	7	314.322	317	2,678	Д. И
		BABB	0,910	0,910	0	334.430	335	0,570	Ф.Д.И
		BBAB	0,944	0,960	16	355.534	354	1,534	Ф. Д.
24. Op.25 № 12 c-moll	Золотых сечений не найдено.								
25. f-moll	354 ◠ = 0	BA	0,618	0,618	0	218.772	218	0,772	Л
		ABA	0,236	0,223	13	83.544	85	2,544	Ф
		AAB	0,146	0,144	2	51.684	50	1,684	Л
		BBA	0,854	0,853	1	302.316	302	0,316	Ф
		BBBA	0,944	0,946	2	334.176	334	0,176	Ф
		BAB	0,764	0,748	16	270.456	264	3,544	Д. И
26. Des-dur	222 ◠ = 2	BA	0,618	0,626	8	137.196	139	1,804	Ф
		AB	0,381	0,387	5	84.804	86	1,196	Ф. Л
		ABA	0,236	0,234	2	52.392	52	0,392	И. Д
		AAB	0,146	0,139	7	31.412	31	0,412	Л
		AABA	0,090	0,085	5	19.980	19	0,980	И
		BAAB	0,528	0,545	17	116.216	121	4,784	Д
		ABBAB	0,437	0,436	1	97.236	97	0,236	Ф
		BBA	0,854	0,860	6	189.588	191	1,412	И
		BBAB	0,910	0,901	9	202.020	200	2,020	Ф
		ABABA	0,326	0,333	7	72.372	74	1,628	Ф
27. As-dur	Золотых сечений не найдено.								

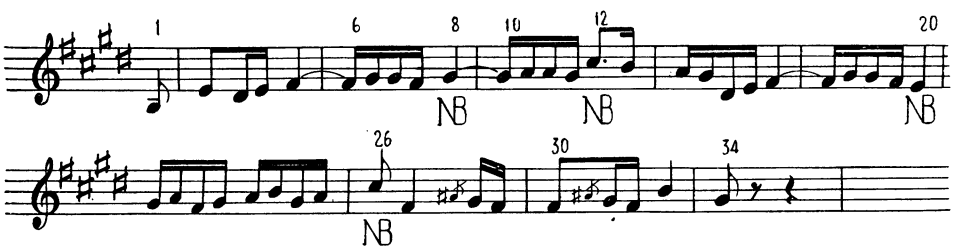
№ 2. Более значительные смещения вех обусловлены очевидно (так как смещения неравномерны и даже противоположны, иначе мы могли бы ожидать неправильной расценки ферматы) деформантами темпа, самая значительная из которых приходится перед началом средней части (73 по метрическим координатам).

В теме этюда тоже наблюдается золотое сечение, весьма точно совпадающее с динамоинтонационным пунктом мелодии.

В мелодии этой 57 звуков равной длительности. Теоретический пункт ближнего сечения (АВ) есть $57 \times 0.381 = 21{,}7$, и мы имеем кульминацию мелодии на 1 шестнадцатой.



А) № 3. Этюд распадается на три части, в которых по характеру крайние симметричны по отношению к средней. В строении частей без натяжки можно предположить существование золотых сечений, согласно представленной таблице, причем большая часть сечений совпадает и с кульминациями динамики и мелодии.



В) № 3. В мелодии этюда наблюдаются золотые сечения.
Общая метрическая длина мелодии (в восьмых) — 34.

Теоретические положения сечений		Реальные положения
ВА	21.012	20 (нижняя кульминация и граница фразы)
АВ	12.988	12—13 (верхняя кульминация)
АВА	8.024	8 (верхняя кульминация)
ВАВ	20.976	26 (верхняя кульминация)

№ 4. В этом этюде все золотые сечения довольно точно попадают на предвычисленные места. Небольшие уклонения вполне объясняются деформантами темпа, которые весьма незначительны и вполне соответствуют обычным интуитивным изменениям темпа. Если мы имеем средний общий темп равным единице, то парциальные деформанты его в отдельных частях выразятся следующими числами, по формуле

$$\triangle = \frac{n_2 - n_1}{N_2 - N_1}$$

где N_1, N_2 — метрические координаты теоретических точек, ограничивающих промежуток, для которого вычисляются деформанты, а n_1, n_2 — метрические координаты реальных точек, ограничивающих те же промежутки.

Для промежутков	Вычисление деформанты	Деформанта
A—AAAB	52 : 56	0,926
AAAB—AABA	(91— 52) : (90—56)	1,146
AABA—AAB	(148— 91) : (146—90)	1,019
AAB—AB	(396—148) : (381—146)	1,013
AB—BAAB	(542—396) : (528—381)	1
BAAB—BA	(616—542) : (618—528)	0,822
BA—BAB	(757—616) : (754—618)	0,966
BAB—BBA	(854—757) : (854—764)	0,966
BBA—BBAB	(909—854) : (910—854)	0,982
BBAB—B	(1000—909) : (1000—910)	0,01

Рассматривая самый этюд, видим, что:

1-й промежуток — естественное замедление начала плюс замедление в четвертом такте при разбитых октавах — импульсивное.

2-й промежуток—обычное в этом месте ускорение при восходящем пассаже.

3-й промежуток — продолжение предыдущего.

4-й промежуток — нормальный темп, деформанта ничтожна.

5-й промежуток — то же с еще большей точностью.

6-й промежуток — сильное понижение темпа, обусловленное задержкой на квинтсекстаккорде после динамического подъема и естественной паузой после фортиссимо с переходом к пиано.

7-й промежуток — начало — темп почти нормальный, немного скорее начала (аналогичного), что и обычно бывает при исполнении аналогов — второй аналог идет немного быстрее.

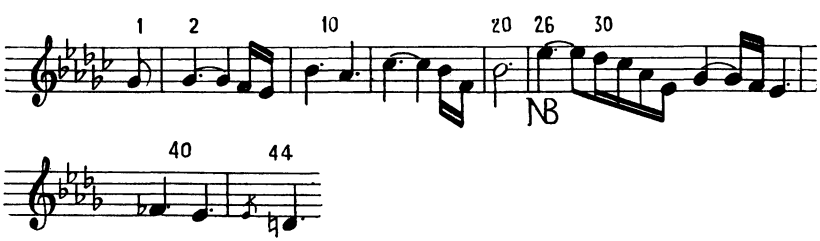
8-й промежуток — то же; некоторая замедленность объясняется свойством пассажей (октавы в левой руке).

9-й промежуток — темп близок к нормальному.

10-й промежуток — ускорение, естественное вообще при заключениях бравурных вещей.

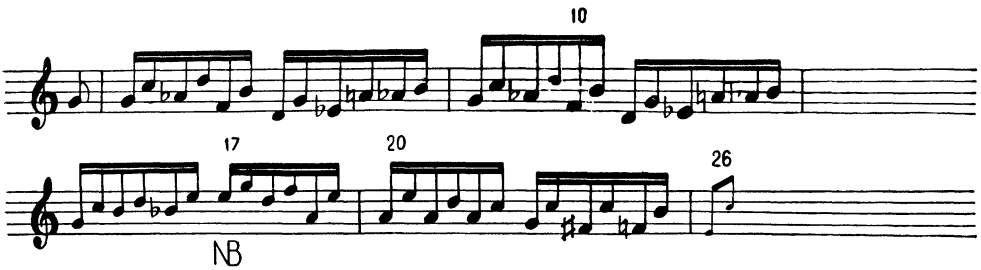
№ 5. Прием отсечения коды, которая при этом оказывается соизмеримой с некоторыми размерами золотых „отрезков“ (обычно она равна бывает 0,090) — прием, к которому приходится иногда прибегать. Роль коды в этом случае как бы „внеархитектурная“ — она уподобляется шпилю здания и обычно имеет пассажный или аккордовый характер, не прибавляя чисто музыкального содержания, как это имеет место и теперь.

№ 6. В мелодии этюда наблюдается золотое сечение. Мелодия равна по длительности 44 метрическим единицам.



Теоретическое сечение приходится на 44 × 0,618 или 27,192 метрическую долю. На самом деле кульминация интонации занимает протяжение от 26 до 29 метрических долей. Надо однако считать, что кульминационный центр приходится именно точно по вычисленному, так как, если бы нота эта, кульминирующая Es, была взята на инструменте с длительным и способным к нюансу звуком, напр., на скрипке, то естественное усиление (динамический кульминационный центр) пришлось бы не на начало этой ноты, а на последующее ее деление.

№ 7. В теме кульминация интонации и динамики (нота „соль") очень близка к золотому сечению ВА мелодии, имеющей 26 метрических единиц протяжения.



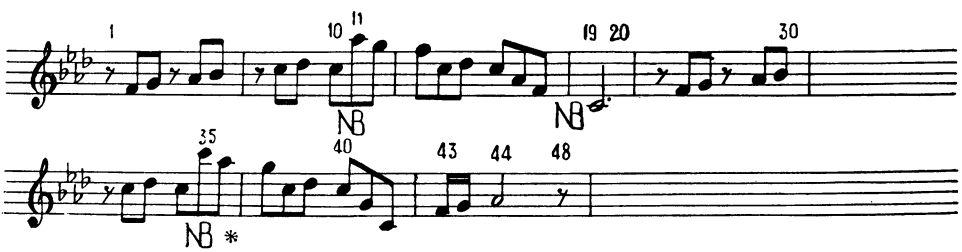
Теоретическая величина метрической координаты сечения равна 26 × 0,618 или 16.060, на самом деле кульминация приходится на 17, — небольшое уклонение легко объясняется естественной деформантой темпа, именно естественным ускорением в промежутке 14–17 метрических единиц.

Кода, отбрасываемая нами, имеет тот же характер „шпиля", а по музыкальному содержанию, — „пассажа" и размеры ее те же — 0,090.

№ 9. В теме имеется золотое сечение, и не одно. Общая длина темы 48 ед. Мы имеем такие теоретические сечения в ней:

ВА — 29.664
АВ — 18 336
АВА — 11.328

На деле мы имеем кульминации интонации и динамики в пунктах:
11 — соответствует АВА (частая верхняя кульминация).
19 — соответствует АВ (нижняя кульминация мелодии).



Что же касается самой яркой кульминации (нота „до" мелодии), то она попадает раньше, вместо теоретической величины 29.664 мы наблюдаем 35. Это значительное уклонение обусловлено, несомненно, существованием деформанты темпа в конце мелодии („ritardando", обозначенное автором и очень резкое. На основании сказанного мы можем вычислить размеры этого „ritardando". Пусть „скорость" движения звуков, т.-е. время длительности единицы метрической в проме-

жутке „до ritardando“ есть „а“, а скорость движения во время ritardando — „х“ (эта скорость есть величина обратная темпу). Тогда мы имеем уравнение:

$$34a \,.\, 618 = 1000\ (8a + 6x)$$

откуда

$$6000x = 13012a$$

или

$$x = 13012/6000$$

а темп „ritardando“ будет обратная величина, т. е.

$$T = 6000/13012 \text{ или } 0{,}46$$

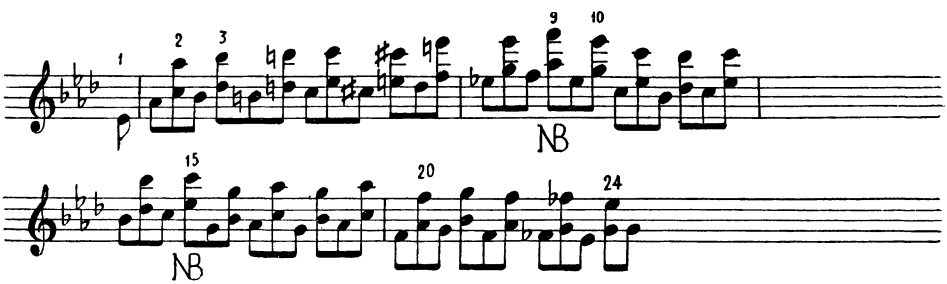
№ 10. В теме два золотых сечения. Если считать мелодию по метрическим единицам в две восьмых триоли, то в теме 24 метр. ед, Теоретические сечения приходятся на пункты:

ВА — 14.832
АВ — 9.168

Реальные кульминации интонации приходятся на:

ВА — 15
АВ — 9

что дает самое лучшее, возможное в данном случае, согласие.



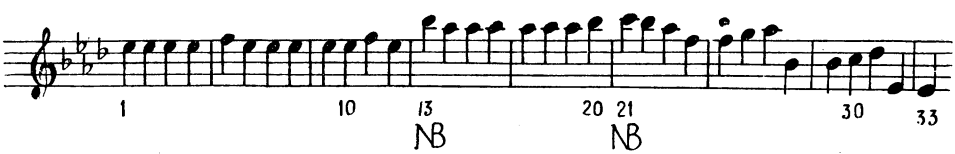
№ 12. Знаменитый C-moll-ный этюд явным образом составлен из двух, почти тождественных по строению частей и маленькой коды, заимствованной из фигурации начала. Размеры частей таковы:

160 ед. — 160 ед. кода (16 ед.).

Отрывистое окончание этюда не дает возможности предполагать фермату или паузу. Тогда коду надо считать в 15 единиц, что дает хорошее соответствие с „золотым расстоянием“ в 0,090, которое, как мы видели, составляет обычный размер этих код.

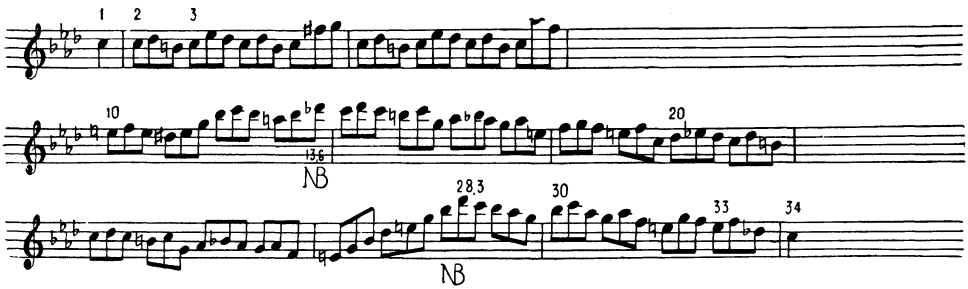
№ 13. В теме этюда золотые сечения.

Общая длина (не считая затакта, который отпадает в последующих проведениях и потому не тектоничен) — 33,



Теоретические положения	Реальные положения
ВА — 20.394	21 (общая верхняя кульминация)
АВ — 12.606	13 (частная кульминация)

№ 14. В теме золотые сечения.
Общая длина мелодии (считая по четвертям) — 34.

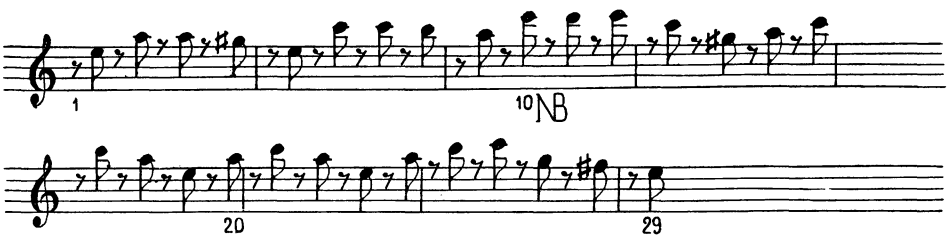


Теоретические положения	Реальные положения
ВА — 21.012	
АВ — 12.988	13 (верхняя кульминация)
АВА — 8.024	9 (верхняя кульминация)
ВВА — 29.036	28 (верхняя кульминация)

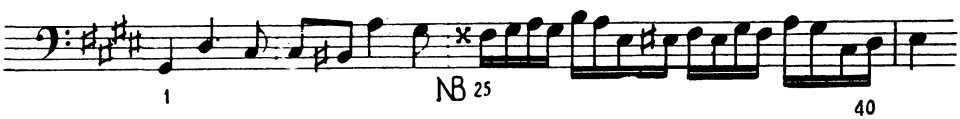
№ 15. В мелодии этюда золотое сечение. Общая длина (считая в четвертях)—29

Теоретические положения	Реальные положения
АВ — 9.251	10 (верхняя кульминация)

№ 16. Уклонения от золотых предвычисленных сечений тут настолько значительны, что, быть может, лучше этот пример считать в количестве „неоправдавших" теории, тем более, что по общему впечатлению, и стройности в этом этюде меньше.



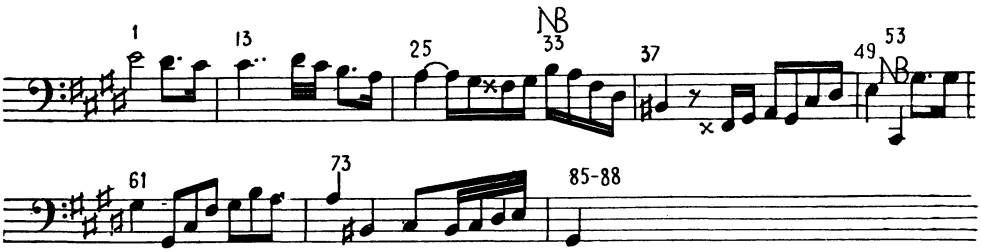
№ 19. В „отсеченной" интродукции наблюдается золотое сечение. Движение шестнадцатыми совпадает с золотым сечением.



Теоретическая величина его (метр. размер интродукци 41) — 25.338, реальное положение — 25.

В самой теме этюда то же золотое сечение.
Теоретические размеры (в шестнадцатых) истинное положение.
Общая длина 88.

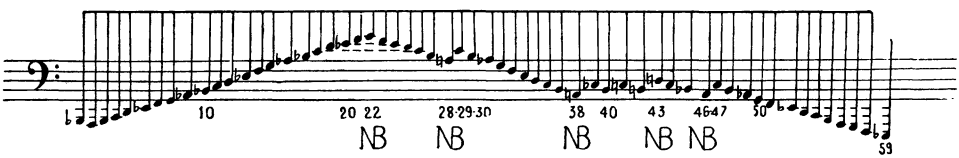
ВА — 53.384	53 (нижняя кульминация)
АВ — 33.616	33 (верхняя и динамическая)



Еще замечательнее строение пассажа (на 27 такте этюда) в левой руке. В нем 59 нот и строение его волнами с частичными кульминациями. Результаты его пробы на золотое сечение таковы:

Теоретическое положение сечений		Положение кульминаций волн пассажа
АВ	22.538	22 (первая верхняя)
АВВА	27.854	28 (вторая верхняя)
ВА	36.462	38 (нижняя первая)
ВАВ	45.070	46 (конец нижней)
ВАВВА	41.772	43 (верхняя)

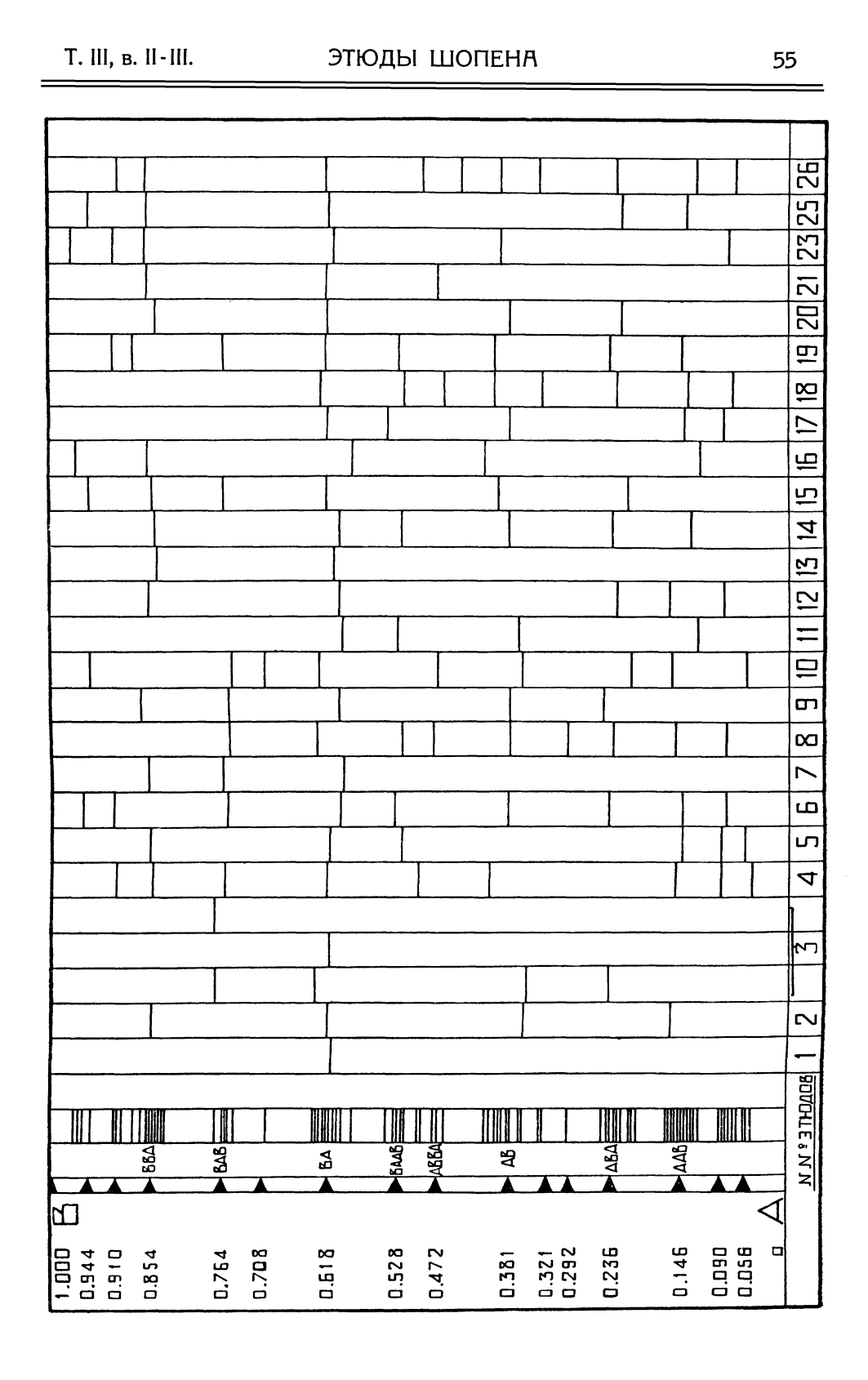
Совпадение наблюдается с максимальной точностью — ошибки меньше размера ноты, кроме двух случаев, где они равны одной ноте, стало-быть, большей точности и достигнуть невозможно. Быть может, из всего нами исследованного — это наиболее замечательный пример работы интуиции.



№ 25. В мелодии этюда ряд золотых сечений, совпадающих с моментами кульминации интонации.

Теоретические положения		Реальные положения
Общая длина 73		
ААВ	10.438	11 (нижняя кульминация)
АВА	17.225	17 (верхняя кульминация)
АВВА	34.45	34 (верхняя кульминация)
ВА	45.114	46 (верхняя кульминация и общая)

Совпадение не оставляет желать ничего лучшего. Причудливая и извилистая мелодия, оказывается, в своем профиле точно следует неосознанным математическим законам.


1.000
0.944
0.910
0.854
0.764
0.708
0.618
0.528
0.472
0.381
0.321
0.292
0.236
0.146
0.090
0.056
0
В
А
ВВА
ВАВ
ВА
ВААВ
АВВА
АВ
АВА
ААВ
№ ЭТЮДОВ
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
23
25
26

КОММЕНТАРИИ К СИНТЕТИЧЕСКОЙ ТАБЛИЦЕ

На синтетической таблице все длины произведений (этюдов) приведены к единице. Другими словами, на таблицу нанесены те значения измерений, которые в наших измерительных таблицах были в 4-м и 5-м столбцах и соответствовали теоретическим и реальным величинам „в десятичных дробях целого". Самая левая линия обозначает как бы эталон золотых сечений; тут нанесены все возможные золотые сечения (теоретические) вплоть до сечений четвертого порядка, т. е. в нашем символическом обозначении выражающихся пятью буквами, как ABAAB. Дальнейшие сечения, как мелкие и в наших измерениях не встретившиеся, отброшены.

Следующие столбцы, начиная с третьего, выражают графически нанесенные результаты наших измерений этюдов. На этой таблице наглядно выражаются отступления от теоретического значения уклонениями черточек вправо или влево. Эта таблица наглядно показывает фреквенцию разных типов золотых сечений и также сравнительную степень отступлений.

Второй столбец есть не что иное, как те же самые остальные столбцы, но нанесенные все сразу на одну. На этой диаграмме особенно ясно видно, как около или в смежности с теоретическими точками золотых сечений получается накопление эстетических вех. Эти вехи, совершенно отсутствующие в иных местах, как бы все стремятся ближе к точкам теоретических золотых сечений.

Л. Сабанеев.